ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ САМАРСКОЙ ОБЛАСТИ «СЕРГИЕВСКИЙ ГУБЕРНСКИЙ ТЕХНИКУМ»

Учебно-методическое пособие по дисциплине «Математика» с применением Case–технологии

Автор: Терехова Лилия Андреевна

Сергиевск, 2016 г.

Аннотация

Бытует мнение, что дисциплина «Математика» ориентирована только на получение конкретных знаний, умений и навыков, но не на формирование общих и профессиональных компетенций.

Использование только традиционных технологий обучения на занятиях по математике частично подтверждает это мнение, поэтому необходимо внедрять инновационные педагогические технологии, которые изначально строятся на компетентностном подходе и нацелены в результатах обучения на будущую профессиональную деятельность.

Цель внедрения в образовательный процесс данного учебного пособия:

- формирование общих компетенций (ОК):

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 4. Осуществлять поиск, анализ и оценку информации, необходимой для постановки и решения профессиональных задач, профессионального и личностного роста.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии для совершенствования профессиональной деятельности.

ОК 6. Работать в коллективе и команде, взаимодействовать с руководством, коллегами и социальными партнёрами.

- пропедевтика формирования профессиональных компетенций (ПК):

ПК 1.1. Определять цели и задачи, планировать уроки.

ПК 1.2. Проводить уроки.

ПК 2.1. Определять цели и задачи внеурочной деятельности и общения, планировать внеурочные занятия.

ПК 2.2. Проводить внеурочные занятия.

ПК 4.2. Создавать в кабинете предметно- развивающую среду.

Данное учебное пособие предназначено для студентов II курса специальности 44.02.02 Преподавание в начальных классах, а также для студентов других педагогических специальностей.

Автор: Терехова Лилия Андреевна, преподаватель высшей категории ГБПОУ СО СГТ

Пояснительная записка

Актуальность создания представленного учебного пособия определена необходимостью внедрения педагогических технологий и методов обучения, позволяющих интенсифицировать компетентностное обучение на занятиях по математике, а также ориентированием на одну из основных методических задач техникума «Развитие творческого потенциала педагогов и обучающихся через интеграцию современных педагогических и информационных технологий».

Ресурсное обеспечение применения кейс-технологии, заявленное в учебном пособии, является достаточным для его реализации:

- учебная аудитория – кабинет математических дисциплин
- имеется возможность применения на уроке мультимедийной установки (ноутбук, проектор, экран);
- имеется возможность проводить уроки в компьютерном классе, где есть постоянный выход в Интернет;
- в кабинете имеется в достаточном объеме дополнительная литература по математике (учебники, энциклопедии, учебно-познавательная, занимательная литература);
- имеются электронные пособия по математике, накапливаются обучающие компьютерные презентации, подготовленные преподавателем и студентами.

Хотелось бы отметить особенности кейс-технологии, которые определили выбор.

Данный метод относят к современным педагогическим технологиям, поэтому его освоение педагогами актуально для повышения эффективности учебно-воспитательного процесса.

Сущность метод кейс-стади заключается в самостоятельной деятельности обучаемых в искусственно созданной профессиональной среде, которая даёт возможность соединить воедино теоретическую подготовку и практические умения, необходимые для творческой деятельности в профессиональной сфере.

Будучи интерактивным методом обучения, метод case-study завоёвывает позитивное отношение со стороны студентов, обеспечивая освоение теоретических положений и овладение практическим использованием материала; он воздействует на профессионализацию студентов, способствует их взрослению, формирует интерес и позитивную мотивацию по отношению к учёбе. Одновременно метод case-study выступает и как образ мышления преподавателя, его особая парадигма, позволяющая по-иному думать и действовать, обновлять свой творческий потенциал.

Технологические особенности метода case-study:

1. Метод представляет собой специфическую разновидность исследовательской аналитической технологии, т.е. включает в себя операции исследовательского процесса, аналитические процедуры.

2. Метод case-study выступает как технология коллективного обучения, важнейшими составляющими которой выступают работа в группе (или подгруппах) и взаимный обмен информацией.

3. Метод case-study в обучении можно рассматривать как синергетическую технологию, суть которой заключается в подготовке процедур погружения группы в ситуацию, формировании эффектов умножения знания, инсайтного озарения, обмена открытиями и т.п.

4. Метод case-study интегрирует в себе технологии развивающего обучения, включая процедуры индивидуального, группового и коллективного развития, формирования многообразных личностных качеств обучаемых.

5. Метод case-study выступает как специфическая разновидность проектной технологии. В обычной обучающей проектной технологии идет процесс разрешения имеющейся проблемы посредством совместной деятельности студентов, тогда как в методе case-study идет формирование проблемы и путей ее решения на основании кейса, который выступает одновременно в виде технического задания и источника информации для осознания вариантов эффективных действий.

6. Метод case-study концентрирует в себе значительные достижения технологии «создания успеха». В нем предусматривается деятельность по активизации студентов, стимулирование их успеха, подчеркивание достижений обучаемых. Именно достижение успеха выступает одной из главных движущих сил метода, формирования устойчивой позитивной мотивации, наращивание познавательной активности.

Разбирая кейс, студенты фактически получают на руки готовое решение, которое можно применить в аналогичных обстоятельствах. Увеличение в «багаже» студента проанализированных кейсов, увеличивает вероятность использования готовой схемы решений к сложившейся ситуации, формирует навыки решения более серьёзных проблем.

Кейсы отличаются от задач, используемых при проведении семинарских и практических занятий, поскольку цели использования задач и кейсов в обучении различны. Задачи обеспечивают материал, дающий студентам возможность изучения и применения отдельных теорий, методов, принципов. Обучение с помощью кейсов помогает студентам приобрести широкий набор разнообразных навыков. Задачи имеют, как правило, одно решение и один путь, приводящий к этому решению. Кейсы имеют много решений и множество альтернативных путей, приводящих к нему

Воздействие метода case-study на формирование личности студента нуждается в дополнительных исследованиях. Однако, опираясь на мировой опыт, можно утверждать, что этот метод способствует формированию таких качеств будущего специалиста, в которых нуждается рынок труда.

В таблице 1. представлена зависимость между отдельными качествами будущего специалиста и возможностями воздействия метода case-study на их формирование.

Таблица 1.

Качества специалиста	*Их характеристика*	**Воздействие метода case-study на их формирование**
Способность принимать решения	Умение вырабатывать и принимать модель конкретных действий	Сопоставление и оценка достоинств и недостатков различных ситуаций, выделение логики развития ситуации
Способность к обучению	Способность к поиску новых знаний, овладение умениями и навыками самоорганизовывать своё обучение	Постоянный поиск новой информации в процессе анализа ситуации
Системное мышление	Способность к целостному восприятию объектов в их структурно-функциональной выраженности	Всестороннее осмысление ситуации, её системный анализ
Самостоятельность и инициативность	Умение индивидуально вырабатывать и активно реализовывать решения	Высокая индивидуальная активность в ситуациях неопределённости
Готовность к изменениям и гибкость	Желание и способность быстро ориентироваться в изменившейся ситуации, адаптироваться к новым условиям	Выработка поведения в постоянно меняющихся ситуациях анализа
Коммерческая и деловая ориентация	Установка на продуктивную деятельность по достижению практического результата	Постоянный поиск ответа относительно практического результата в ситуации
Умение работать с информацией	Способность искать информацию, проводить её анализ. Переводить её из одной формы	Постоянный поиск, выделение, классификация, группировка, анализ и

	представления в другую	представление информации
Упорство и целеустремлённость	Умение отстоять свою точку зрения, перебороть противодействие со стороны партнёров	Умение аргументировать и отстаивать свою точку зрения
Коммуникативные способности	Владение словом и неязыковыми средствами общения, умение вступать в контакт	Постоянное высказывание своей позиции, умение слушать и понимать собеседника
Способность к межличностным контактам	Способность производить благоприятное впечатление на партнёра по взаимодействию	Постоянное стремление произвести хорошее впечатление на преподавателя и других студентов
Проблемность мышления	Способность видеть проблемы	Поиск проблемы и определение её основных характеристик
Конструктивность	Способность вырабатывать модели решения проблем	Поиск путей разрешения проблемы в кейсе
Этичность	Владение этическими нормами и правилами нравственного поведения в условиях коллективного взаимодействия	Постоянное коллективное взаимодействие, конкуренция

Для создания проблемной ситуации кейс раздается студентам перед лекцией, изучением учебного материала, изучением сквозной темы. Например, при изучении темы: «Текстовые задачи и их решения». Студенты знают, в общем, понятие текстовой задачи и умеют их решать, остаётся упорядочить план работы с текстовыми задачами и конкретно определить этапы решения задач с пояснениями. Данный текст служит формированию проблемной ситуации, актуализации имеющихся знаний, их систематизации и определения точек мотивации на будущий учебный материал. Данный вариант тесно связан с методом «Знаю – хочу узнать – узнал новое».

Кейс иногда раздаётся студентам для сопоставления и анализа изучаемого вопроса, проблемы в интеграции с лекцией, рассказом преподавателя, как в начале занятия, так и предварительно на дом. Например, при изучении темы: «Запись целых неотрицательных чисел и алгоритмы действий над ними». Преподаватель в лекции подробно рассматривает лишь запись чисел и действия над числами в десятичной системе счисления, а запись чисел в позиционных системах счисления и действия над числами в позиционных системах счисления, отличных от десятичной им приходится изучать с помощью предоставленного кейса.

При организации практической деятельности по методу кейс-технологии, студенты работают в малых группах или в парах, или индивидуально. В процессе работы студенты отрабатывают в группах содержание проблемной ситуации, причинно-следственные связи, выводы, ответы, решения проблем. Далее идет выработка общей позиции, оформляется решение, идет защита позиции в ее открытом обсуждении. Преподаватель анализирует выступления, анализирует проблемную ситуацию, варианты и способы решения проблемы, эффективность ораторского искусства, логичность доказательств, ответы на вопросы и корректность поведения. Обязательна также рефлексия на тему, решенную совместно проблему и приобретенные способы деятельности, умения и навыки. Такой способ применения описанной технологии очень эффективен при практической деятельности по теме «Элементы аналитической геометрии». Даётся кейс с заданием: решить геометрическую задачу по теме: «Кривые второго порядка» и доказать правильность своего решения.

Также кейс используется и для самостоятельного изучения темы. В силу специфики дисциплины и уровня базовых знаний по математике у студентов это практикуется редко. Например, при изучении темы «Понятие величины и её измерения» так как основной фундамент содержательной линии данной темы уже заложен в школьной программе и эта тема лишь систематизируется и обобщается.

Итак, кейс-метод позволяет учитывать профессиональную подготовку студентов, интересы, выработанный стиль мышления и поведения. Если систематически использовать на занятиях по математике интерактивный метод обучения, то следует ожидать повышения качества образования по математике и уровня сформированности общих и профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС третьего поколения. А также способствует повышению уровня компетентности будущих специалистов, так как применение данного метода обучения способствует формированию общественных умений и навыков.

Владение методом применения кейсов преподавателями сейчас очень востребовано, так как, по моему мнению, кроме предметного обучения, данная технология позволяет широко формировать у слушателей так нужные современному образованному человеку навыки работы с информационно-коммуникационными технологиями, знание основ научно-исследовательской и проектной деятельности.

Использование метода case-study имеет явные преимущества перед простым изложением материала, широко используемым в традиционной педагогике, однако не стоит полагать, что кейсы могут заменить все педагогические методы обучения, нельзя тратить все свое время только на разбор конкретных примеров, потому что это формирует стереотипный, предвзятый подход к решению сходных проблем, и студент будет не в состоянии подняться на более высокий уровень обобщения.

Таким образом, учебное пособие с применением кейс-технологии - адекватный инструмент формирования компетентностей, выходящих за пределы учебного пространства.

Методические указания

УВАЖАЕМЫЙ СТУДЕНТ!

Кейсы по дисциплине «МАТЕМАТИКА» предназначены для того, чтобы сделать Вашу работу по освоению новой области знаний оптимально удобной, максимально понятной и весьма интересной. Кейсы облегчат Вам работу как на учебных занятиях (теоретических и практических), так и при выполнении самостоятельных работ.

Структура каждого кейса построена следующим образом:

- **Сюжетная часть** - поможет увидеть Вам проблему и понять необходимость изучения данной темы;
- **Информационная часть –** поможет Вам заполнить пробелы в знаниях по математике;
- **Методическая часть** – поможет сформировать у Вас умения, общие и профессиональные компетенции

В результате освоения содержания кейсов Вы должны

уметь:

- применять математические методы для решения профессиональных задач;
- решать текстовые задачи;
- выполнять приближённые вычисления;

знать:

- понятия величины и ее измерения;
- системы счисления;
- понятия текстовой задачи и процесса ее решения;
- основные свойства кривых второго порядка;

В процессе работы с кейсами у Вас формируются общие и профессиональные компетенции (ОК и ПК):

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 4. Осуществлять поиск, анализ и оценку информации, необходимой для постановки и решения профессиональных задач, профессионального и личностного роста.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии для совершенствования профессиональной деятельности.

ОК 6. Работать в коллективе и команде, взаимодействовать с руководством, коллегами и социальными партнёрами.

ПК 1.1. Определять цели и задачи, планировать уроки.

ПК 1.2. Проводить уроки.

ПК 2.1. Определять цели и задачи внеурочной деятельности и общения, планировать внеурочные занятия.

ПК 2.2. Проводить внеурочные занятия.

ПК 4.2. Создавать в кабинете предметно- развивающую среду.

При работе с кейсами Вам необходимо следовать ***методическим указаниям:***

Первый шаг (сюжетная часть) – знакомство с ситуацией, её особенностями

1. Бегло прочтите учебную ситуацию и дополнительный материал к ней.
2. Спросите себя, о чем она, – какие поставлены вопросы.
3. Определите типы представленной информации.

Второй шаг - выявление проблемы

1. Внимательно прочтите учебную ситуацию, на этот раз стараясь вникнуть в проблему, – если там есть главное действующее лицо, постарайтесь встать на его место.
2. Постарайтесь отделить реальные проблемы от того, что может быть всего лишь симптомами.
3. Кратко запишите основные проблемы этого человека.
4. Будьте внимательны к другим аспектам, которые могут быть указаны или подразумеваться и способны повлиять на проблему и возможные решения.

Третий шаг - переход к этапу решения проблемы

1. Систематизируйте свои записи и быстро продумайте возможные решения.

Четвертый шаг - работа над решением

1. Определите концепции курса, которые помогут Вам выявить ключевые аспекты проблемы, проанализировать их и будут способствовать решению проблемы.
2. Просмотрите источники информации, если Вы обнаружите пробелы в своих знаниях.
3. Постоянно «перемещайтесь» между имеющимися у Вас знаниями, материалами курса (и другими источниками информации), пока не получите рабочее решение.
4. Помните, что описание проблемы не будет содержать всю информацию, которую Вы хотели бы иметь, и не забывайте о том, что часто приходится принимать решения на основе неполной информации или в условиях неопределенности. Вам придется делать предположения. По ходу работы над проблемой записывайте их и информацию, которую Вы хотели бы иметь.

Пятый шаг - получение результата

1. Изложите анализ учебной ситуации и укажите, почему Вы считаете выделенные Вами проблемы важными. Определите информацию, которая была бы полезна, но отсутствует.

2. Изложите решение, включая основания для него.

3. Изложите предположения, которые Вы должны были сделать, и основания для них.

4. Перечислите преимущества и недостатки Вашего рабочего решения.

Желаем Вам удачи!

Кейс по теме «Текстовые задачи и их решения»

Методические указания: кейс Вы будете применять на первом занятии по данной теме. Данный кейс потребует от Вас актуализации имеющихся знаний, их систематизации и определения точек мотивации на будущий учебный материал. Работа с данным кейсом потребует от Вас самостоятельного поиска необходимой информации.

I. Сюжетная часть

Мария мечтает быть учителем начальных классов. Для реализации своей мечты она поступила в техникум на специальность 44.02.02 Преподавание в начальных классах. Все её усилия в обучении направлены на то, чтобы в будущем быть профессионалом своего дела. В настоящий момент выявилась одна из жестких проблем: помогая своей сестрёнке, ученицы 4 класса, выполнять домашнее задание по математике, Мария не может определиться в тактике объяснения решения текстовых задач. Обзор готовых решений, зачастую, вместо того, чтобы конкретизировать способы решения текстовых задач, путают Марию и вводят в заблуждение. Ситуация усугубляется тем, что она понимает необходимость решения данной проблемы для будущей профессиональной деятельности. К счастью, Мария - неисправимая оптимистка. И как у любого оптимиста у неё много друзей. И почему бы не сосредоточить их интеллектуальные ресурсы во времени и пространстве на выработку поначалу подхода к этой мини ситуации: как одолеть понимание и процесс решения текстовых задач? Может, кто-то уже его победил? Может у кого-то есть верный способ, как обойти проблему? И как понять, нужно ли ей вообще волноваться по данному поводу?

II. Информационная часть

Дополнительная информация, которая позволит правильно решить проблему:

Задания:

1. Определите, о чём идёт речь. Найдите и запишите в тетрадь понятия

Текстовая задача – это … .

Математическая задача – это … .

Любая текстовая задача состоит из двух частей: … .

Решить задачу – это значит … .

В качестве основных способов решения текстовых задач в математике различают … способы решения.

… – это способ, при котором ответ на вопрос задачи находится в результате выполнения арифметических действий над числами.

… - это способ, при котором ответ на вопрос задачи находится в результате составления и решения уравнения.

Все арифметические задачи по числу действий, выполняемых для их решения, делятся на … .

2. Решение текстовых задач – это сложная деятельность, содержание которой зависит как от конкретной задачи, так и от умений решающего. Тем не менее, в ней можно выделить несколько этапов. Ознакомьтесь с приведённой задачей. Запишите в тетрадь выделенные Вами этапы решения данной задачи.

Задача. По плану бригада должна была выполнить заказ за 10 дней. Но фактически она перевыполняла норму на 27 деталей в день и за 7 дней работы не только выполнила предусмотренное планом задание, но и изготовила сверх плана 54 детали. Сколько деталей в день должна была изготовить бригада по плану?

Анализ текста задачи. После прочтения текста задачи анализ может быть проведен посредством рассмотрения следующих вопросов:

- За сколько дней бригада должна выполнить заказ по плану?
- За сколько дней бригада фактически выполнила заказ?
- Почему бригада выполнила заказ раньше намеченного срока?
- Сколько деталей изготовила бригада сверх плана?
- Какие величины содержатся в задаче?
- Как связаны между собой производительность труда, время и объем выполненной работы?
- Сколько различных ситуаций можно выделить в задаче?
- Какие величины, входящие в условие и вопрос задачи, неизвестны?
- Какая величина в задаче является искомой?
- Решалась ли раньше задача, похожая на эту?

В итоге первого этапа работы над задачей с учетом основного отношения выполняется запись текста задачи. Табличная форма записи на первых этапах обучения решению текстовых задач наиболее эффективна, потому что умение оформить соответствующую таблицу говорит о понимание задачи. Заметим, что существуют и другие формы записи. С ними можно ознакомиться. (Таблица 1)

Величины	Ситуация		
	По плану		Фактически
Производительность бригады, дет. в день	?	<	?
Время работы, дн.	10		7
Объем выполненной работы, дет.	?	<	?

Для выяснения связи между значениями одной и той же величины ставятся соответствующие вопросы, например: в каком случае производительность труда бригады была выше? На сколько деталей в день бригада перевыполняла норму?

Правильный ответ на первый вопрос позволяет поставить в таблице соответствующий, знак неравенства между неизвестными значениями одноименной величины. Ответ на второй вопрос позволяет записать: «На 27» (в указанном месте в таблице 2). Полученная запись позволяет актуализировать часть условия задачи: производительность бригады, предусмотренная планом, на 27 деталей в день меньше фактической. Аналогично поступают при выяснении, связи между неизвестными значениями другой величины. В данном случае сравнивается плановый и фактический объем выполненной работы.

Поиск способа решения задачи. На этом этапе обсуждается стратегия решения задачи. Затем вводится обозначение искомой или другой неизвестной величины. Далее, пользуясь установленными зависимостями между значениями одноименных величин и основным отношением, реализованным в задаче (т. е. зависимостью между величинами), на основе табличной записи текста задачи заполняется таблица поиска решения задачи.

(Таблица 2)

Величины	Ситуация		
	По плану		Фактически
Производительность бригады, дет. в день	x	<	x+27
Время работы, дн.	10		7
Объем выполненной работы, дет.	10x	<	(x+27)7

Исходя из модели поиска, решения, выписывается неравенство

$10x < (x+27)\cdot 7$ на 54, с помощью которого составляется уравнение

$10x + 54 = (x + 27)\cdot 7$ или уравнение

$10x = (x+27)\cdot 7 - 54$.

Осуществление плана решения задачи. Отсюда естественно вытекает план решения задачи, который включает в себя поиск решения (способ получения уравнения) и решение полученного уравнения. Заметим, что табличная форма записи по составлению уравнения не требует повторного ее описания. Поэтому на третьем этапе процесса решения текстовой задачи остается решить полученное уравнение, выполнить проверку решения и записать ответ.

Имеем уравнение: $10x + 54 = (x + 27)\cdot 7$. Решим его:

$10x + 54 = 7x + 189$,

$3x = 135$,

$x = 45$.

Данное уравнение имеет один корень — число 45.

Однако решение задачи не может заканчиваться решением уравнения; необходимо проверить, удовлетворяет ли полученный корень уравнения условию и требованию задачи. В связи с этим необходимо сделать проверку корня уравнения по смыслу задачи. Здесь возможны два способа письменного оформления проверки корней уравнения.

Первый способ состоит в том, что по найденному значению x по порядку вычисляются значения входящих в задачу величин. При этом проверяется, удовлетворяют ли эти величины смысловым ограничениям. Если все найденные значения величин им удовлетворяют, то корень уравнения дает решение задачи.

С этой целью воспользуемся моделью поиска решения задачи. По смыслу данной задачи все входящие в нее величины должны принимать положительные значения. Проверим, выполняется ли это для найденного значения x=45:

$x = 45$ Положительное число.

$x+27 = 45+27 = 72$ Положительное число.

$(x+27)\cdot 7 = 72\cdot 7 = 504$ Положительное число.

$10x = 10\cdot 45 = 450$ Положительное число.

$504 - 450 = 54$ Положительное число, являющееся данным.

Следовательно, значение x = 45 удовлетворяет условию задачи, т. е. является ее решением,

Ответ: бригада должна изготовить в день по плану 45 деталей.

Информационные источники по проблеме:

1. Бантова М.Л., Бельтюкова Г.В. Методика преподавания математики в начальных классах. - М., 2011.
2. Виленкин Н.Я., Пышкало А.М. и др. Математика. - М.: Просвещение, 2005.
3. Истомина Н.Б. Методика обучения математике в начальных классах: Учеб.пособие для студ. сред. и высш. пед. учеб. заведений. - М.: Издательский центр «Академия», 2000.
4. Лаврова Н.Н., Стойлова Л.П. Задачник-практикум по математике. - М.: Просвещение, 1985.
5. Программа общеобразовательных учебных заведений в Российской Федерации. Начальные классы. - М., 2010.
6. Стойлова Л.П. Математика. - М.: Академия, 2003.
7. Стойлова Л.П., Теоретические основы начального курса математики - М.: Издательский центр «Академия», 2014.
8. http://festival.1september.ru/articles/103564/

III. Методическая часть

1. Составьте кластер «Текстовые задачи и техника их решения».

2. Вывод.

Итак - цель полезного использования нашего кейса: готовый кластер «Текстовые задачи и техника их решения» (способ графической организации материала, позволяющий сделать наглядными те мыслительные процессы, которые происходят при погружении в ту или иную тему), который позволит Марии выработать систему решения подобных задач и способа объяснения.

Кейс по теме «Элементы аналитической геометрии»

Методические указания: кейс Вы будете применять при организации практической деятельности – на практическом занятии по теме «Кривые второго порядка». Вы будете работать в минигруппах. От Вас потребуется готовое решение проблемной ситуации (геометрические задачи) и публичное доказательство правильности Вашего способа.

I. Сюжетная часть

Для того чтобы, студенту 27 группы специальности 44.02.02 Преподавание в начальных классах, получить зачёт по теме «Элементы аналитической геометрии» ему необходимо отчитаться по трём практическим работам:

1. Решение геометрических задач по теме: «Прямые и плоскости в аналитической геометрии»
2. Решение геометрических задач по теме: «Кривые второго порядка»
3. Решение геометрических задач по теме: «Многогранники, тела вращения»

Преподаватель предложил альтернативу: «Практическую работу, связанную с кривыми второго порядка, можно выполнить коллективно в минигруппах и защиту своих выполненных заданий провести в открытом обсуждении. Преподаватель, со своей стороны, анализирует выступления, анализирует сложность задания, варианты и способы решения задания, эффективность ораторского искусства, логичность доказательств, ответы на вопросы и корректность поведения и принимает Вашу работу, выставляя заслуженную оценку».

Возможно ли, выполнить предложенную альтернативу студенту II курса педагогической специальности?

Притча «Зачем нужен мозг»

С помощью «ИНСТРУКЦИИ ПО СБОРКЕ» одна женщина пыталась собрать сложный новый кухонный прибор, который только что купила. В конце концов, она сдалась, разбросав все детали по кухонному столу.

Представьте ее удивление, когда, вернувшись, домой несколькими часами спустя, она обнаружила, что агрегат собрала ее служанка, и он прекрасно работает.

- Как тебе это удалось? – воскликнула она.

- Знаете, мадам, когда не умеешь читать, приходится пользоваться мозгами, – последовал невозмутимый ответ.

II. Информационная часть

Дополнительная информация, которая позволит правильно решить проблему

Общие уравнения линий второй степени

Общее уравнение

$$a_{11}x^2+2a_{12}xy+a_{22}y^2+2a_1x+2a_1x+2a_2y+a=0 \quad \left(a_{12}^2+a_{12}^2+a_{22}^2>0\right)$$

определяет одну из следующих линий:

$$\mathrm{I}\begin{cases}1)\ \dfrac{X^2}{a^2}+\dfrac{Y^2}{b^2}=1-\textit{эллипс},\\ 2)\ \dfrac{X^2}{a^2}+\dfrac{Y^2}{b^2}=-1-(\textit{мнимый эллипс}),\\ 3)\ \dfrac{X^2}{a^2}+\dfrac{Y^2}{b^2}=0-\textit{точка}\,(\textit{две мнимые пересекающиеся прямые}),\\ 4)\ \dfrac{X^2}{a^2}-\dfrac{Y^2}{b^2}=1-\textit{гипербола},\\ 5)\ \dfrac{X^2}{a^2}-\dfrac{Y^2}{b^2}=0-\textit{две пересекающиеся прямые},\end{cases}$$

$$\mathrm{II}\ \{6)\,Y^2=2pX-\textit{парабола},$$

$$\mathrm{III}\begin{cases}7)\,X^2=a^2(a\neq 0)-\textit{две паралельные прямые},\\ 8)\,X^2=-a^2(a\neq 0)-\textit{две мнимые паралельные прямые},\\ 9)\,X^2=0-\textit{две совпадающие прямые}.\end{cases}$$

Окружность

Окружность радиуса *R* с центром в начале координат: $x^2+y^2=R^2$.

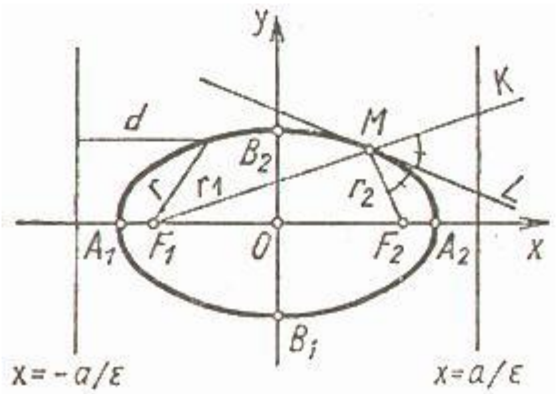
Уравнение касательной к окружности в произвольной точке $M_0(x_0;y_0)$; $xx_0+yy_0=R^2$

Параметрические уравнения: x=Rcos t, y=Rsin t.

Окружность радиуса *R* с центром в точке *C(a; b)*:

$$(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$$

Эллипс



Пусть на плоскости заданы две точки F_1 и F_2 $(|F_1F_2| = 2c)$ и дано число a $(a > c)$. Эллипс - множество точек M плоскости, для каждой из которых сумма расстояний от точек F_1 и F_2 равна $2a$. Точки F_1 и F_2 называются фокусами эллипса; $[A_1A_2]$, $|A_1A_2| = 2a$ - большая ось; $[B_1B_2]$, $|B_1B_2| = 2b$ - малая ось; O - центр; $F_1(-c,0)$, $F_2(c,0)$ - левый и правый фокусы; A_1, A_2, B_1, B_2 - вершины;

$r = |F_1M|$, $r_2 = |F_2M|$ - фокальные радиусы; $a^2 - c^2 = b^2$.

Каноническое уравнение: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$

Эксцентриситет: $\varepsilon = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} < 1.$

Фокальные радиусы: $r_1 = a + \varepsilon x, r_2 = a - \varepsilon x$

Фокальный параметр: $p = b^2 / a.$

Уравнения директрис: $x = -a / \varepsilon,\ x = a / \varepsilon.$

Основное свойство директрис: $r / d = \varepsilon$, где r - фокальный радиус любой точки эллипса; d - расстояние от нее до соответствующей (односторонней) директрисы.

Уравнение касательной в точке $M(x_0; y_0)$: $\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} = 1$.

Свойство касательной к эллипсу: $F_2ML = LMK.$

Уравнение нормали в точке $M(x_0; y_0)$: $y - y_0 = \frac{a^2 y_0}{b^2 x_0}(x - x_0).$

Уравнение диаметра (сопряженного хордам с угловым коэффициентом k):

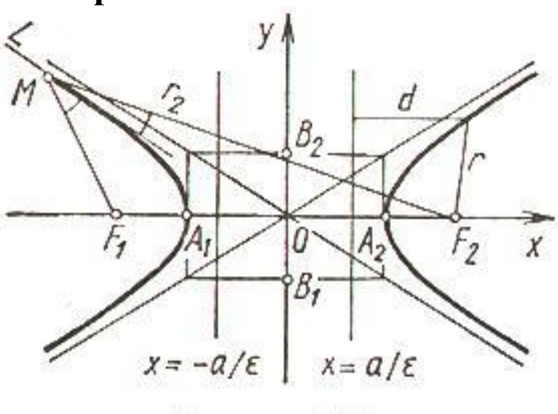
$y = -\frac{b^2}{a^2 k} x.$

Параметрические уравнения эллипса: $x = a\cos t, \quad y = b\sin t.$

Полярное уравнение: $p = p/(1 - \varepsilon\cos\varphi)$

Площадь, ограниченная эллипсом: $S = \pi ab.$ $S = \pi ab.$

Гипербола



Пусть на плоскости заданы две точки F_1 и $F_2\left(|F_1F_2| = 2c\right)$ и дано число a $(0 < a < c)$. Гипербола - множество точек M плоскости, для каждой из которых модуль разности расстояний от точек F_1 и F_2 равен $2a$. Точки F_1 и F_2 называются фокусами гиперболы; $[A_1A_2], |A_1A_2| = 2a$ - действительная ось; фокусы; A_1, A_2 - вершины;

$r_1 = |F_1M|, \quad r_2 = |F_2M|$ - фокальные радиусы: $c^2 - a^2 = b^2$

$[B_1B_2], |B_1B_2| = 2b$ -мнимая ось; O - центр; $F_1(-c,0), F_2(c,0)$ - левый и правый фокусы; A_1, A_2 - вершины; $r_1 = |F_1M|, r_2 = |F_2M|$ - фокальные радиусы: $c^2 - a^2 = b^2$

Каноническое уравнение: $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$

Эксцентриситет: $\varepsilon = \dfrac{c}{a} = \dfrac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a} \rangle 1$

Фокальные радиусы: для правой ветви $r_1 = \varepsilon x + a, r_2 = \varepsilon x - a$

для левой ветви $r_1 = -(\varepsilon x + a), r_2 = -(\varepsilon x - a)$

Фокальный параметр: $p = b^2/a$

Уравнения директрис: $x = -a/\varepsilon\,, x = a/\varepsilon$

Основное свойство директрис: $r/d = \varepsilon$, где r - фокальный радиус любой точки гиперболы; d - расстояние от нее до соответствующей (односторонней) директрисы.

Уравнение касательной в точке $M(x_0; y_0)$: $\dfrac{xx_0}{a^2} - \dfrac{yy_0}{b^2} = 1$.

Свойство касательной к гиперболе:

$\widehat{F_1ML} = \widehat{F_2ML}.$

Уравнение нормали в точке $M(x_0; y_0)$: $y - y_0 = -\dfrac{a^2 y_0}{b^2 x_0}(x - x_0)$.

Уравнения асимптот: $y = \dfrac{b}{a}x, y = -\dfrac{b}{a}x.$

Уравнение гиперболы, сопряженной данной $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = -1$

Уравнение равносторонней гиперболы: каноническое $x^2 - y^2 = a^2$;

отнесенное к осям как к асимптотам: $xy = b, y = b/x \left(|b| = a^2/2\right)$

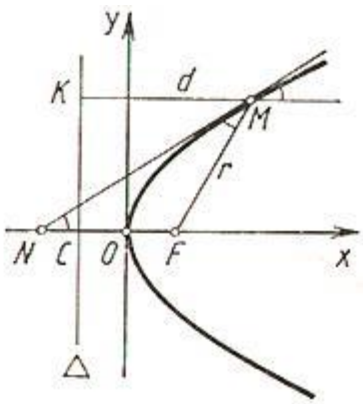
Уравнение диаметра (сопряженного хордам с угловым коэффициентом k):

$$y = \frac{b^2}{a^2k}x\,.$$

Параметрические уравнения гиперболы: $x = a\,ch\,t,\ y = b\,sh\,t.$

Полярное уравнение: $\rho = p/(1 - \varepsilon\cos\varphi)$

Парабола



Пусть на плоскости заданы точка F и прямая Δ, не проходящая через F. Парабола - множество всех тех точек M плоскости, каждая из которых равноудалена от точки F и прямой Δ. Точка F называется фокусом, прямая Δ - директрисой параболы; *(OF)* - ось, O - вершина, $|CF| = p$ - параметр, $F(p/2; 0)$ - фокус, $r = |FM|$ - фокальный радиус.

Каноническое уравнение: $Y^2 = 2px$

Эксцентриситет: $\varepsilon = \dfrac{|FM|}{|MK|} = 1$

Фокальный радиус: $r = x + p/2$

Уравнение директрисы: $x = -p/2$

Уравнение касательной в точке $M(x_0; y_0)$: $yy_0 = p(x + x_0)$.

Свойство касательной к параболе:

$\widehat{FMN} = \widehat{FNM}$

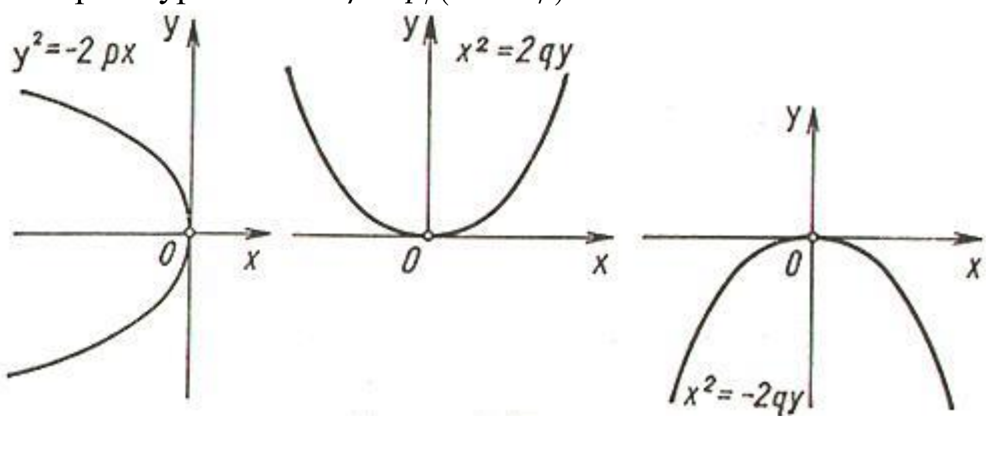
(M - точка касания; N - точка пересечения касательной с осью Ox).

Уравнение нормали в точке $M(x_0; y_0)$: $y - y_0 = \dfrac{y_0}{p}(x - x_0)$.

Уравнение диаметра, сопряженного хордам с угловым коэффициентом k: $y = p/k$

Параметрические уравнения параболы: $x = t^2/(2p)$, $y = t$

Полярное уравнение: $\rho = p/(1 - \cos\varphi)$.



Другие формы канонического уравнения :
$y^2 = 2-2px,\ x^2 = 2qy,\ x^2 = -2qy \quad (p>0,\ q>0)$.

Информационные источники по проблеме:

1. Апатенок Р.Ф., Маркина А.М., Нейман В.Б. Сборник задач по линейной алгебре и аналитической геометрии— Мн.: Выш. шк., 1990.
2. Антонов В. И. и др. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Опорный конспект.. - Проспект, 2011.
3. Ильин В.А. Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. - М., Изд. МГУ, 1998.
4. Аналитическая геометрия (конспект лекций Троицкого Е.В., 1 курс, 1999/2000)
5. Ефимов Н. В. Краткий курс аналитической геометрии: Учебн. пособие. — 13-е изд., стереот. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.
6. Корн Г., Корн Т. Кривые второго порядка (конические сечения) // Справочник по математике. — 4-е издание. — М: Наука, 1978.
7. Стойлова Л.П., Теоретические основы начального курса математики - М.: Издательский центр «Академия», 2014
8. http://ru.wikipedia.org/wiki
9. http://www.pm298.ru/2step8.php

III. Методическая часть

1.Решите геометрические задачи:

1. Составить простейшее уравнение гиперболы, если расстояние между ее вершинами равно 20, а расстояние между фокусами 30.
2. Действительная полуось гиперболы равна 5, эксцентриситет $e = 1,4$. Найти уравнение гиперболы.
3. Уравнения асимптот гиперболы $y = x/2$ и $y = -x/2$, а расстояние между фокусами $2c = 10$. Найти уравнение гиперболы.
4. Парабола $y^2 = 2px$ проходит через точку $A(2,\ 4)$. Определить ее параметр p.
5. Составить уравнение параболы, зная, что вершина ее находится в начале координат а расстояние от фокуса до вершины равно 4 единицам длины, а осью симметрии служит ось Ox.
6. Парабола симметрична относительно оси Ox, проходит через точку $A(4,\ -1)$, а вершина ее лежит в начале координат. Составить ее уравнение.

2. Вывод.

Итак - цель полезного использования нашего кейса: изучены теоретические и практические аспекты темы «Кривые второго порядка» и зачтена с оценкой одна из трёх практических работ по теме «Элементы аналитической геометрии».

Кейс по теме «Запись целых неотрицательных чисел и алгоритмы действий над ними».

Методические указания: кейс Вы будете применять на втором занятии по данной теме. На первом занятии преподаватель познакомит Вас с записью чисел и действия над числами в десятичной системе счисления. Кейс Вам поможет сопоставить и проанализировать изучаемый вопрос с рассказом преподавателя на первом занятии.

I. Сюжетная часть

Ежегодно в ГБПОУ «Сергиевский губернский техникум» проходит декада математических и общих естественнонаучных дисциплин. В рамках указанной декады преподаватели проводят олимпиаду по математическим дисциплинам. В 2015-2016 учебном году среди олимпиадных заданий по дисциплине «Математика и информатик» были следующие:

1) Восстановите цифры двоичной системы счисления, на месте которых в арифметических выражениях стоит знак "*".

а) $**0*0*1**1_2 + 10111*10**_2 = 100*1*00010_2$

б) $***0**00_2 - 11*11*11_2 = 1101*1_2$

2) В классе 1000112 учеников. 1111002% из них учатся на хорошо и отлично.

Сколько учеников учатся на хорошо и отлично?

Студенты первокурсники плохо справились с данными заданиями, несмотря на то, что задания относились к уровню низкой сложности.

Что помешало студентам решить задания?

II. Информационная часть

Дополнительная информация, которая позволит правильно решить проблему:

Позиционные системы счисления

1. Базис, алфавит, основание.

Система счисления - способ записи (изображения) чисел.

Символы, при помощи которых записывается число, называются **цифрами**.

Системы счисления, в которых количественный эквивалент каждой цифры зависит от ее положения (позиции) в коде (записи) числа, называются **позиционными**.

Основанием позиционной системы счисления называется количество знаков или символов, используемых для изображения числа в данной системе счисления.

Базисом позиционной системы счисления называется последовательность чисел, каждое из которых задает количественное значение или "вес" каждого разряда.

Например: Базисы некоторых позиционных систем счисления.

Десятичная система: $10^0, 10^1, 10^2, 10^3, 10^4, ..., 10^n, ...$

Двоичная система: $2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, ..., 2^n, ...$

Восьмеричная система: $8^0, 8^1, 8^2, 8^3, 8^4, ..., 8^n, ...$

Совокупность различных цифр, используемых в позиционной системе счисления для записи чисел, называется **алфавитом** системы счисления. Количество цифр в алфавите равно основанию системы счисления.

Например: Алфавиты некоторых позиционных систем счисления.

Десятичная система: {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

Двоичная система: {0, 1}

Восьмеричная система: {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}

Пятнадцатеричная система: {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E}

2. Представление чисел в позиционных системах счисления.

Любое число в позиционной системе счисления можно представить в развернутой и свернутой форме.

Например, число 15936 в десятичной системе счисления можно записать так:

$15936_{10} = 1 * 10^4 + 5 * 10^3 + 9 * 10^2 + 3 * 10^1 + 6 * 10^0$, *где*

15936_{10} - *свернутая форма записи числа с указанием основания системы счисления,*

$1*10^4 + 5*10^3 + 9*10^2 + 3*10^1 + 6*10^0$ - *развернутая форма записи числа в указанной системе счисления.*

3. Двоичная система счисления

В двоичной с.с. для записи чисел используются только две цифры: 0 и 1. Основание двоичной с.с. равно 2. Двоичное число представляет собой цепочку нулей и единиц.

A_{10}	0	1	2	3	4	5	6	7
A_2	0	1	10	11	100	101	110	111

A_{10}	8	9	10	11	12	13	14	15
A_2	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111

3.1. Перевод целых чисел из десятичной с.с. в двоичную.

Для перевода целых чисел из десятичной системы счисления в двоичную чаще всего применяют два метода - **метод разностей** и **метод поэтапного деления на основание** системы счисления.

Метод разностей. Для перевода чисел этим методом нам понадобится таблица степеней числа 2.

											0	..
n					6	2	4	28	56	12	024	..

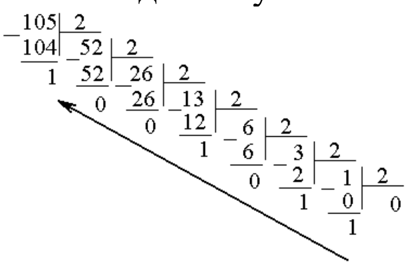
Например, переведем числа 25, 48, 105, 734 в двоичную с.с при помощи таблицы:

монеты число	...	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1
25							1	1	0	0	1
48						1	1	0	0	0	0
105					1	1	0	1	0	0	1
734		1	0	1	1	0	1	1	1	1	0

Метод поэтапного деления на основание с.с. заключается в последовательном выполнении действий:

1. Исходное число делим на основание с.с. с остатком в десятичной с.с.
2. Если частное от деления не равно 0, выполняем п.1.
3. Полученные остатки записываем последовательно от последнего к первому.
4. Полученная запись - искомое двоичное число.

Например: переведем число 105 в двоичную с.с. методом поэтапного



деления на основание с.с $105_{10} = 1101001_2$

Методом поэтапного деления можно перевести целое десятичное число в любую позиционную систему счисления.

3.2. Перевод целых чисел из двоичной с.с. в десятичную с.с.

Для того чтобы перевести двоичное число в десятичную с.с. необходимо выполнить алгоритм.

Алгоритм перевода A_2 в A_{10}

1. Записать число в развернутой форме записи.
2. Вычислить полученное значение суммы.
3. Результат - искомое десятичное число.

Например: Переведем двоичное число 100011101_2 в десятичную с.с.

$100011101_2 = 1 * 2^8 + 0*2^7 + 0* 2^6 + 0* 2^5 + 1 * 2^4 + 1* 2^3 + 1* 2^2 + + 0* 2^1 + 1* 2^0 = 1*256 + 0*128 + 0*64 + 0*32 + 1*16 + 1*8 + 1* 4 + 0*2 + 1*1 = 256 + 16 + 8 + 4 + 1 = 285_{10}$

Аналогично переводятся числа из любой позиционной системы счисления в десятичную с.с.

3.3. Двоичная, восьмеричная, шестнадцатеричная системы счисления. Связь между ними.

Наиболее распространенными системами счисления являются двоичная, восьмеричная и шестнадцатеричная с.с.

	Двоичная	**Восьмеричная**	**Шестнадцатеричная**
Основание	2	8	16
Базис	$2^0,2^1,2^2,2^3,...,2^N,...$	$8^0,8^1,8^2,8^3,...,8^N,...$	$16^0,16^1,16^2,16^3,...,16^N,...$
Алфавит	{0, 1}	{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}	{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F}

$\mathbf{A_{10}}$	$\mathbf{A_2}$	$\mathbf{A_8}$	$\mathbf{A_{16}}$		$\mathbf{A_{10}}$	$\mathbf{A_2}$	$\mathbf{A_8}$	$\mathbf{A_{16}}$
0	0	0	0		**8**	1000	10	8
1	1	1	1		**9**	1001	11	9
2	10	2	2		**10**	1010	12	A
3	11	3	3		**11**	1011	13	B
4	100	4	4		**12**	1100	14	C
5	101	5	5		**13**	1101	15	D
6	110	6	6		**14**	1110	16	E
7	111	7	7		**15**	1111	17	F

Для того чтобы перевести двоичное число в восьмеричное, минуя десятичную с.с. необходимо выполнить алгоритм.

Алгоритм перевода A_2 в A_8

1. Разбить двоичное число на тетры (группы по три цифры) справа налево.
2. По таблице перевести каждую тетру в восьмеричную цифру.
3. Записать полученное восьмеричное число.

Например: переведем число из двоичной в восьмиричную с.с.

$001\ 001\ 111\ 101\ 011_2 = 11753_8$; $011\ 101\ 100\ 110\ _2 = 3546_8$

Для того чтобы перевести двоичное число в шестнадцатеричное, минуя десятичную с.с. необходимо выполнить алгоритм.

Алгоритм перевода A_2 в A_{16}

1. Разбить двоичное число на кварты (группы по четыре цифры) справа налево.
2. По таблице перевести каждую кварту в шестнадцатеричную цифру.
3. Записать полученное шестнадцатеричное число.

Например: переведем число из двоичной в шестнадцатеричную с.с.

$0001\ 0011\ 1110\ 1011\ _2 = 13EB_{16}$; $0111\ 0110\ 0110\ _2 = 755_{16}$

3.4. Арифметические операции в двоичной системе счисления.

Двоичная арифметика основывается на использовании следующих таблиц сложения и умножения цифр:

		0

Сложение. Таблица двоичного сложения проста. Т.к. 1 + 1 = 10, то 0 остается в данном разряде, а 1 переносится в следующий разряд.

Например:

_ _ 1001 + 1010 10011	1101 + 1011 11000	11111 + 1 100000

Умножение. Операция умножение выполняется с использованием таблицы умножения по обычной схеме, применяемой в десятичной с.с. с последовательным умножением одного множителя на очередную цифру другого множителя.

_ _ _ _ _ 1001 * 1010 0000 + 1001 0000 1001 1011010	1101 * 1011 1101 1101 0000 1101 10001111	11111 * 1 11111

Вычитание. Операция вычитания выполняется с использованием таблицы сложения, по обычной схеме, применяемой в десятичной с.с. Однако при "заеме" единицы более старшего разряда, необходимо помнить, что каждая единица более старшего разряда равна основанию системы счисления, то есть в младший разряд при "заеме" приходит две единицы.

_ _ _ 1101 - 1010 11	1001 - 11 110	11111 - 1 11110

```
 _11110₂ | 110₂
  110₂   |------
  ----   | 101₂
   _110
    110
    ---
      0
```

Деление. Операция деления выполняется по правилам, подобным правилам выполнения деления в десятичной с.с. при делении столбиком приходится в качестве промежуточных вычислений выполнять действия умножения и вычитания.

Информационные источники по проблеме:

1. http://ru.wikibooks.org
2. http://www.internet-school.ru/Enc.aspx?folder=265&item=3691
3. Скрипт для перевода чисел из одной системы счисления в другую и выполнения операций над числами

III. Методическая часть

1.Составьте конспект по теме «Позиционные системы счисления и действия над числами в позиционных системах счисления, отличных от десятичной».

2. Выполните задания и изложите решение, включая основания для него (письменная форма). Часть заданий решается на занятиях (первые строчки), часть заданий выполняется как самостоятельная работа (вторая и третья строчки).

Запишите базисы следующих систем счисления:

- Троичная с.с.
- Двадцатеричная с.с.
- Тридцатишестиричная с.с.

Базисы каких позиционных систем счисления записаны:

- $9^0, 9^1, 9^2, 9^3, 9^4, ..., 9^n, ...$
- $60^0, 60^1, 60^2, 60^3, 60^4, ..., 60^n, ...$
- $16^0, 16^1, 16^2, 16^3, 16^4, ..., 16^n, ...$

Запишите алфавиты следующих систем счисления:

- Пятеричная с.с.
- Семиричная с.с
- Двадцатипятеричная с.с.

Алфавиты каких позиционных систем счисления записаны:

- {0, 1, 2, 3}
- {0, 1, 2, 3, 4, 5}
- {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O}

В какой системе счисления с наименьшим основанием записаны данные числа

- 7, 1, 5, A, F
- 101, 358, 109, 24, 6D

- 2153, 7070, A19B, FF, 57241

Запишите в развернутой форме записи числа:

- 143511_{10}
- 111_9
- $2A31_{12}$
- $1 * 2^4 + 0* 2^3 + 0* 2^2 + 1* 2^1 + 1* 2^0$
- $1 *8^4 + 5* 8^3 + 9* 8^2 + 3* 8^1 + 6* 8^0$
- $4 * 5^6 + 3* 5^3 + 1* 5^1 + 2?*5^0$

Переведите целые числа из десятичной с.с. в двоичную с.с. методом разностей.

- 12, 31, 62, 83, 130
- 18, 513, 704, 3251, 1000
- 600, 45, 23, 1704, 888

Переведите целые числа из десятичной с.с. в двоичную методом поэтапного деления на основание с.с.

- 33, 9, 17, 101, 286
- 107, 1007, 10007, 100007
- 89, 254, 2781, 10950, 555

Переведите целые числа из десятичной с.с. в пятеричную, восьмеричную, шестнадцатеричную с.с. методом поэтапного деления на основание с.с.

- 9, 19, 59
- 27, 84, 135
- 32, 75, 210

Переведите двоичные числа в десятичную с.с.

- 10110_2
- 11101_2
- 110110110_2
- 1110001_2
- 101_2

Переведите числа в десятичную с.с.

- 524_8
- $2A1_{16}$
- 2113_4

Сравните числа

- 5_{10} и 5_8
- 1111_2 и 1111_8
- 24_6 и 10000_2

Переведите числа из двоичной с.с. в восьмеричную с.с., не используя десятичную с.с.

- 1010_2,11111_2, 10001_2.
- 111010_2, 101100101_2, 101101101001_2

- 10010_2,10110011_2, 10101111101_2

Переведите числа из восьмеричной с.с. в двоичную с.с., не используя десятичную с.с.

- 114_8, 751_8, 2560_8.
- 111_8, 2743_8, 5401_8
- 1017_8, 201_8, 653_8

Переведите числа из двоичной с.с. в шестнадцатеричную с.с., не используя десятичную с.с.

- 1010_2, 11111_2, 10001_2.
- 111010_2, 101100101_2, 101101101001_2
- 10010_2, 10110011_2, 10101111101_2

Переведите числа из шестнадцатеричной с.с. в двоичную с.с., не используя десятичную с.с.

- $1AE_{16}$, $FF1_{16}$, 101_{16}.
- $1B80_{16}$, $56C_{16}$, $30D_{16}$
- $91E0_{16}$, $6F4A_{16}$, $1B62_{16}$

Выполните действия:

- $11101011_2 + 10011101_2$.
- $11101011_2 * 10011101_2$.
- $101101_2 : 101_2$.

3. Вывод.

Итак - цель полезного использования нашего кейса: изучены теоретические и практические аспекты темы «Позиционные системы счисления и действия над числами в позиционных системах счисления, отличных от десятичной» и оформлен конспект для подготовки к промежуточной аттестации.

Кейс по теме «Понятие величины и её измерения»

Методические указания: кейс Вы будете применять при организации самостоятельной деятельности – домашнее задание по теме «Понятие величины и её измерения». От Вас потребуется самостоятельный разбор кейса и устный публичный отчёт индивидуального решения.

I. Сюжетная часть

Притча: Барометр и башня

Преподаватель университета обратился к сэру Эрнесту Резерфорду, президенту Королевской Академии и лауреату Нобелевской премии по физике за помощью. Он собирался поставить самую низкую оценку по физике одному из своих студентов, в то время как тот утверждал, что заслуживает высшего балла. Оба — преподаватель и студент — согласились положиться на суждение третьего лица, незаинтересованного арбитра. Выбор пал на Резерфорда. Экзаменационный вопрос гласил: ‘Объясните, каким образом можно измерить высоту здания с помощью барометра?’

Ответ студента был таким: ‘Нужно подняться с барометром на крышу здания, спустить барометр вниз на длинной верёвке, а затем втянуть его обратно и измерить длину верёвки, которая и покажет точную высоту здания.

Случай был и впрямь сложный, так как ответ был абсолютно полным и верным! С другой стороны, экзамен был по физике, а ответ имел мало общего с применением знаний в этой области.

Резерфорд предложил студенту попытаться ответить ещё раз. Дав ему шесть минут на подготовку, он предупредил его, что ответ должен демонстрировать знание физических законов. По истечении пяти минут студент так и не написал ничего в экзаменационном листе. Резерфорд спросил его, сдаётся ли он, но тот заявил, что у него есть несколько решений проблемы, и он просто выбирает лучшее.

Заинтересовавшись, Резерфорд попросил молодого человека приступить к ответу, не дожидаясь истечения отведённого срока. Новый ответ на вопрос гласил: ‘Поднимитесь с барометром на крышу и бросьте его вниз, замеряя время падения. Затем, используя формулу, вычислите высоту здания’.

Тут Резерфорд спросил своего коллегу преподавателя, доволен ли он этим ответом. Тот, наконец, сдался, признав ответ удовлетворительным. Однако студент упоминал, что знает несколько ответов, и его попросили открыть их.

— Есть несколько способов измерить высоту здания с помощью барометра, — начал студент. — Например, можно выйти на улицу в солнечный день и измерить высоту барометра и его тени, а также измерить длину тени здания. Затем, решив несложную пропорцию, определить высоту самого здания.

— Неплохо, — сказал Резерфорд. — Есть и другие способы?

— Да. Есть очень простой способ, который, уверен, вам понравится. Вы берёте барометр в руки и поднимаетесь по лестнице, прикладывая барометр к стене и делая отметки. Сосчитав количество этих отметок и умножив его на размер барометра, вы получите высоту здания. Вполне очевидный метод.

— Если вы хотите более сложный способ, — продолжал он, — то привяжите к барометру шнурок и, раскачивая его, как маятник, определите величину гравитации у основания здания и на его крыше. Из разницы между этими величинами, в принципе, можно вычислить высоту здания. В этом же случае, привязав к барометру шнурок, вы можете подняться с вашим маятником на крышу и, раскачивая его, вычислить высоту здания по периоду прецессии.

— Наконец, — заключил он, — среди множества прочих способов решения данной проблемы лучшим, пожалуй, является такой: возьмите барометр с собой, найдите управляющего и скажите ему: ‘Господин управляющий, у меня есть замечательный барометр. Он ваш, если вы скажете мне высоту этого здания’.

Тут Резерфорд спросил студента, неужели он действительно не знал общепринятого решения этой задачи. Тот признался, что знал, но сказал при этом, что сыт по горло школой и колледжем, где учителя навязывают ученикам свой способ мышления.

Студент этот был Нильс Бор (1885 — 1962), датский физик, лауреат Нобелевской премии 1922 г.

Каждый из Вас может оказаться в такой ситуации, но проблема будет решена, если понятие величины и её измерения имеется в Вашем багаже знаний.

II. Информационная часть

Дополнительная информация, которая позволит правильно решить проблему:

Понятие величины и её измерения в математике.

Длина, площадь, масса, время, объём - величины. Первоначальное знакомство с ними происходит в начальной школе, где величина наряду с числом является ведущим понятием.

ВЕЛИЧИНА - это особое свойство реальных объектов или явлений, и особенность заключается в том, что это свойство можно измерить, то есть назвать количество величины, которые выражают одно и тоже свойство объектов, называются величинами одного рода или однородными величинами. Например, длина стола и дли на комнаты - это однородные величины. Величины - длина, площадь, масса и другие обладают рядом свойств.

1)Любые две величины одного рода сравнимы: они либо равны, либо одна меньше (больше) другой. То есть, для величин одного рода имеют место отношения «равно», «меньше», «больше» и для любых величин и справедливо одно и только одно из отношений: Например, мы говорим, что длина гипотенузы прямоугольного треугольника больше, чем любой катет данного треугольника; масса лимона меньше, чем масса арбуза; длины противоположных сторон прямоугольника равны.

2)Величины одного рода можно складывать, в результате сложения получится величина того же рода. Т.е. для любых двух величин a и b однозначно определяется величина a+b, её называют суммой величин a и b. Например, если a-длина отрезка AB, b - длина отрезка BC, то длина отрезка AC, есть сумма длин отрезков AB и BC;

3)Величину умножают на действительное число, получая в результате величину того же рода. Тогда для любой величины a и любого неотрицательного числа x существует единственная величина b= x a, величину b называют произведением величины a на число x. Например, если a - длину отрезка AB умножить на x= 2, то получим длину нового отрезка AC .

4) Величины данного рода вычитают, определяя разность величин через сумму: разностью величин a и b называется такая величина c, что a=b+c. Например, если a - длина отрезка AC, b - длина отрезка AB, то длина отрезка BC есть разность длин отрезков и AC и AB.

5) Величины одного рода делят, определяя частное через произведение величины на число; частным величин a и b-называется такое неотрицательное действительное число x, что a= x b. Чаще это число - называют отношением величин a и b и записывают в таком виде: a/b = *x*. Например, отношение длины отрезка AC к длине отрезка AB равно 2.

6) Отношение «меньше» для однородных величин транзитивно: если A<B и B<C, то A<C. Так, если площадь треугольника F1 меньше площади треугольника F2 площадь треугольника F2 меньше площади треугольника F3, то площадь треугольника F1 меньше площади треугольника F3. Величины, как свойства объектов, обладают ещё одной особенностью - их можно оценивать количественно. Для этого величину нужно измерить. Измерение - заключается в сравнении данной величины с некоторой величиной того же рода, принятой за единицу. В результате измерения получают число, которое называют численным значением при выбранной единице.

Процесс сравнения зависит от рода рассматриваемых величин: для длин он один, для площадей - другой, для масс - третий и так далее. Но, каким бы ни был этот процесс, в результате измерения величина получает определённое численное значение при выбранной единице.

Вообще, если дана величина a и выбрана единица величины e, то в результате измерения величины a, находят такое действительное число x, что a=x e. Это число x называют численным значением величины a при единице e. Это можно записать так: x=m (a).

Согласно определению любую величину можно представить в виде произведения некоторого числа и единицы этой величины. Например, 7 кг = 7*1 кг, 12 см = 12*1 см, 15ч =15*1 ч. Используя это, а также определение умножения величины на число, можно обосновать процесс перехода от одной единицы величины к другой.

Пусть, например, требуется выразить 5/12ч в минутах. Так как, 5/12ч = (5/12)*60мин = 25мин.

Величины, которые вполне определяются одним численным значением, называются скалярными величинами. Такими, к примеру, являются длина, площадь, объём, масса и другие. Кроме скалярных величин, в математике рассматривают ещё векторные величины. Для определения векторной величины необходимо указать не только её численное значение, но и направление. Векторными величинами являются сила, ускорение, напряжённость электрического поля и другие.

В начальной школе рассматриваются только скалярные величины, причём такие, численные значения которых положительны, то есть положительные скалярные величины.

Измерение величин позволяет свести сравнение их к сравнению чисел, операции над величинами к соответствующим операциям над числами.

1.Если величины a и b измерены при помощи единицы величины e, то отношения между величинами a и b будут такими же, как и отношения между их численными значениями, и наоборот.

Например, если массы двух тел таковы, что a=5 кг, b=3 кг, то можно утверждать, что масса a больше массы b поскольку 5>3.

2. Если величины a и b измерены при помощи единицы величины e, то, чтобы найти численное значение суммы a+b достаточно сложить численные значения величин a и b. Например, если a=15кг,b=12 кг, то a+b=15кг+12кг=(15+12)кг =27кг

3. Если величины a и b таковы, что b= x a, где x –положительное действительное число, и величина a, измерена при помощи единицы величины e, то чтобы найти численное значение величины b при единице e, достаточно число x умножить на число m (a): b=xa m (b)=x *m (a).

Например, если масса a в 3 раза больше массы b .т.е. b= 3a и a = 2 кг, то b= 3a=3* (2 кг) = (3*2) кг = 6кг.

Рассмотренные понятия - объект, предмет, явление, процесс, его величина, численное значение величины, единица величины - надо уметь вычленять в текстах и задачах.

Например, математическое содержание предложения «Купили 3 килограмма яблок» можно описать следующим образом: в предложении рассматривается такой объект, как яблоки, и его свойство - масса; для измерения массы использовали единицу массы - килограмм; в результате измерения получили число 3 –численное значение массы яблок при единице массы - килограмм.

Рассмотрим определения некоторых величин и их измерений.

Длина отрезка и её измерение.

Длиной отрезка называется положительная величина, определённая для каждого отрезка так что:

1. равные отрезки имеют разные длины;

2.если отрезок состоит из конечного числа отрезков, то его длина равна сумме длин этих отрезков.

Рассмотрим процесс измерения длин отрезков. Из множества отрезков выбирают какой-нибудь отрезок е и принимают его за единицу длины. На отрезке а от одного из его концов откладывают последовательно отрезки равные е, до тех пор, пока это возможно. Если отрезки, равные е отложились n раз и конец последнего совпал с концом отрезка е, то говорят, что значение длины отрезка а есть натуральное число n, и пишут: а = nе. Если же отрезки, равные е, отложились n раз и остался ещё остаток, меньший е, то на нём откладывают отрезки равные е =1/10е. Если они отложились точно n раз, то тогда а=n, n*е и значение длины отрезка а есть конечная десятичная дробь. Если же отрезок е отложился n раз и остался ещё остаток, меньший е , то на нём откладывают отрезки, равные е =1/100е. Если представить этот процесс бесконечно продолженным, то получим, что значение длины отрезка а есть бесконечная десятичная дробь.

Итак, при выбранной единице, длина любого отрезка выражается действительным числом. Верно и обратное; если дано положительное действительное число n, n, n , ... то взяв его приближение с определённой точностью и проведя построения, отражённые в записи этого числа, получим

отрезок, численное значение длины которого, есть дробь: n ,n ,n .

Площадь фигуры и её измерение.

Понятие о площади фигуры имеет любой человек: мы говорим о площади комнаты, площади земельного участка, о площади поверхности, которую надо покрасить, и итак далее. При этом мы понимаем, что если земельные участки одинаковы, то площади их равны; что у большего участка площадь больше; что площадь квартиры слагается из площади комнат и площади других её помещений.

Это обыденное представление о площади используется при её определении в геометрии, где говорят о площади фигуры. Но геометрические фигуры устроены по-разному, и поэтому когда говорят о площади, выделяют особый класс фигур.

Например, рассматривают площади многоугольников и других ограниченных выпуклых фигур, или площадь круга, или площадь поверхности тел вращения и так далее. В начальном курсе математики рассматриваются только площади многоугольников и ограниченных выпуклых плоских фигур. Такая фигура может быть составлена из других.

Площадью фигуры называется неотрицательная величина, определённая для каждой фигуры так, что:

1. равные фигуры имеют равные площади;

2. если фигура составлена из конечного числа фигур, то её площадь равна сумме их площадей. Если сравнить данное определение с определением длины отрезка, то увидим, что площадь характеризуется теми же свойствами, что и длина, но заданы они на разных множествах: длина - на множестве отрезков, а площадь - на множестве плоских фигур. Площадь фигуры F обозначать S(F). Чтобы измерить площадь фигуры, нужно иметь единицу площади. Как правило, за единицу площади принимают площадь квадрата со стороной, равной единичному отрезку e, то есть отрезку, выбранному в качестве единицы длины. Площадь квадрата со стороной e обозначают e . Например, если длина стороны единичного квадрата m, то его площадь m .

Измерение площади состоит в сравнении площади данной фигуры с площадью единичного квадрата e. Результатом этого сравнения является такое число x, что S(F)=x*e .Число x называют численным значением площади при выбранной единице площади.

Рассмотрим один из приёмов, опирающихся непосредственно на определение площади, является измерение площади при помощи палетки-сетки квадратов, нанесённый на прозрачный материал.

Допустим, на фигуру F . площадь которой надо измерить, наложена сетка

квадратов со стороной e. Тогда по отношению к этой фигуре можно выделить квадраты двух видов:

1. квадраты, которые целиком лежат внутри фигуры F.

2. квадраты, через которые проходит контур фигуры, и которые лежат частью вне фигуры F.

Пусть квадратов первого вида окажется m, а квадратов второго вида n. Тогда, очевидно, площадь фигуры F будет удовлетворять условию: m <S(F)<(m+n) . Числа m и m+n будут приближёнными численными значениями измеряемой площади: первое число с недостатком, второе - с избытком.

Как видим, что палетка позволяет измерить площадь фигуры лишь с невысокой точностью. Чтобы получить более точный результат, можно уплотнить первоначальную сеть квадратов, разделив каждый из них на более мелкие квадраты. Можно, например, построить сеть квадратов со стороной e =1/10e.

В результате мы с большой точностью получим другие приближенные значения площади фигуры F.

Описанный процесс можно продолжить. Возникает вопрос: существует ли такое действительное число, которое больше всякого приближённого результата измерения, взятого с избытком, и которое может быть точным численным значением измеряемой площади? В математике доказано, что при выбранной единице площади такое число существует для всякой площади, оно единственно и удовлетворяет свойствам 1 и 2.

Масса и её измерение.

Масса - одна из основных физических величин. Понятие массы тела тесно связано с понятием веса-силы, с которой тело притягивается Землёй. Поэтому вес тела зависит не только от самого тела. Например, он различен на разных широтах: на полюсе тело весит на 0,5 % больше, чем на экваторе. Однако при своей изменчивости вес обладает особенностью: отношение весов двух тел в любых условиях остаётся неизменным. При измерении веса тела путём сравнения его с весом другого выявляется новое свойство тел, которое называется массой.

Представим, что на одну из чашек рычажных весов положили какое-нибудь тело а на другую чашку положили второе тело b. При этом возможны случаи:

1. вторая чашка весов опустилась, а первая поднялась так, что они оказались в результате на одном уровне. В этом случае говорят, что весы находятся в равновесии, а тела a и b имеют равные массы.

2. вторая чашка весов так и осталась выше первой. В этом случае говорят, что масса тела a больше массы тела b.

3. вторая чашка опустилась, а первая поднялась и стоит выше второй. В этом случае говорят, что масса тела a меньше тела b.

С математической точки зрения масса - это такая положительная величина, которая обладает свойствами:

1. масса одинакова у тел, уравновешивающих друг друга на весах;

2. масса складывается, когда тела соединяются вместе: масса нескольких тел, вместе взятых равна сумме их масс. Если сравнить данное определение с

определениями длины и площади, то увидим, что масса характеризуется теми же свойствами, что длина и площадь, но задана на множестве физических тел.

Измерение массы производится с помощью весов. Происходит это следующим образом. Выбирают тело е, масса которого принимается за единицу.

Предполагается, что можно взять и доли этой массы. Например, если за единицу массы взят килограмм, то в процессе измерения можно использовать такую его долю, как грамм: 1г= 0,01кг. На одну чашку весов кладут тело, массу тела кого того измеряют, а на другую – тела, выбранные в качестве единицы массы, то есть гири. Этих гирь должно быть столько, чтобы они уравновесили первую чашку весов. В результате взвешивания получается численное значение массы данного тела при выбранной единице массы. Это значение приближённое. Например, если масса тела равна 5 кг 350 г, то число 5350 следует рассматривать как значение массы данного тела (при единице массы – грамм). Для численных значений массы справедливы все утверждения, сформулированные для длины, то есть сравнение масс, действия над ними сводятся к сравнению и действиям над численными значениями масс (при одной и той же единице массы).

Основная единица массы - килограмм. Из этой основной единицы образуются другие единицы массы: грамм, тонна и другие.

Промежутки времени и их измерение.

Понятие времени более сложное, чем понятие длины и массы. В обыденной жизни время - это то, что отделяет одно событие от другого. В математике и физике время рассматривают как скалярную величину, потому что промежутки времени обладают свойствами, похожими на свойства длины, площади, массы.

Промежутки времени можно сравнивать. Например, на один и тот же путь пешеход затратит больше времени, чем велосипедист.

Промежутки времени можно складывать. Так, лекция в институте длится столько же времени, сколько два урока в школе.

Промежутки времени измеряют. Но процесс измерения времени отличается от измерения длины, площади или массы. Для измерения длины можно многократно использовать линейку, перемещая её с точки на точку. Промежуток времени, принятый за единицу, может быть использован лишь один раз. Поэтому единицей времени должен быть регулярно повторяющийся процесс. Такой единицей в Международной системе единиц названа секунда. Наряду с секундой используются и другие единицы времени: минута, час, сутки, год, неделя, месяц, век. Такие единицы, как год и сутки, были взяты из природы, а час, минута, секунда придуманы человеком.

Год - это время обращения Земли вокруг Солнца. Сутки - это время обращения Земли вокруг своей оси. Год состоит приблизительно из 365 суток. Но год жизни людей складывается из целого числа суток. Поэтому вместо того, чтобы к каждому году прибавлять 6 часов, прибавляют целые сутки к каждому четвёртому году. Этот год состоит из 366 дней и называется високосным.

В Древней Руси неделя называлась седмицей, а воскресенье - днём недельным (когда нет дел) или просто неделей, т.е. днём отдыха. Названия следующих пяти дней недели указывают, сколько дней прошло после воскресенья. Понедельник - сразу после неделя, вторник - второй день, среда - середина, четвёртые и пятые сутки соответственно четверг и пятница, суббота - конец дел.

Месяц не очень определённая единица времени, он может состоять из тридцати одного дня, из тридцати и двадцати восьми, двадцати девяти в високосные годы (дней). Но существует эта единица времени с древних времён и связана с движением Луны вокруг Земли. Один оборот вокруг Земли Луна делает примерно за 29,5 суток, и за год она совершает примерно 12 оборотов. Эти данные послужили основой для создания древних календарей, а результатом их многовекового усовершенствования является тот календарь, которым мы пользуемся и сейчас.

Так как Луна совершает 12 оборотов вокруг Земли, люди стали считать полнее число оборотов (то есть 22) за год, то есть год – 12 месяцев.

Современное деление суток на 24 часа также восходит к глубокой древности, оно было введено в Древнем Египте. Минута и секунда появились в Древнем Вавилоне, а в том, что в часе 60 минут, а в минуте 60 секунд, сказывается влияние шестидесятеричной системы счисления, изобретённой вавилонскими учёными.

Объём и его измерение.

Понятие объёма определяется так же, как понятие площади. Но при рассмотрение понятия площадь, мы рассматривали многоугольные фигуры, а при рассмотрении понятия объём мы будем рассматривать многогранные Фигуры.

Объёмом фигуры называется неотрицательная величина, определённая для каждой Фигуры так, что:

1. равные фигуры имеют один и тот же объём;

2. если фигура составлена из конечного числа фигур, то её объём равен сумме их объёмов.

Условимся объём фигуры F обозначать V(F).

Чтобы измерить объем фигуры, нужно иметь единицу объёма. Как правило, за единицу объёма принимают объём куба с гранью, равной единичному отрезку е, то есть отрезку, выбранному в качестве единицы длины.

Если измерение площади сводилось к сравнению площади данной фигуры с площадью единичного квадрата е, то, аналогично, измерение объёма данной фигуры состоит в сравнении его с объёмом единичного куба e^3.

Результатом этого сравнения является такое число х, что V(F)=х*е. Число х называют численным значением объёма при выбранной единице объёма.

Информационные источники по проблеме:

1. Виленкин Н.Я., Пышкало А.М. и др. Математика. - М.: Просвещение, 1977.
2. Истомина Н.Б. Методика обучения математике в начальных классах: Учеб.пособие для студ. сред. и высш. пед. учеб. заведений. - М.: Издательский центр «Академия», 2000.
3. Лаврова Н.Н., Стойлова Л.П. Задачник-практикум по математике. - М.: Просвещение, 1985.
4. Стойлова Л.П. Математика. - М.: Академия, 1997.
5. Стойлова Л.П., Теоретические основы начального курса математики - М.: Издательский центр «Академия», 2014
6. Анипченко З.А. Задачи, связанные с величинами и их применение в курсе математики в начальных классах. М.: 1997
7. Александров А.Д. Основания геометрии. Изд. «НАУКА» Новосибирск, 1987

III. Методическая часть

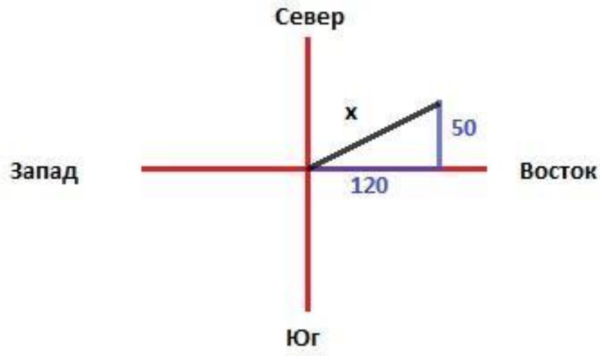
1. Ответьте на вопросы:

- Что такое величина?
- Какие величины Вам известны?
- Что значит измерить величину?

- Охарактеризуйте особенности названных величин и их измерений.
- Назовите известные Вам измерительные приборы.
- Что такое цена деления шкалы измерительного прибора? Приведите примеры.
- Как определить цену деления шкалы прибора?

2. Выполните задания.

- Запишите в кг: 400г; 0,3 т; 567 мг.
- Сторона квадрата равна 1,5 см. Чему равна его площадь? (Ответ запишите в метрах).
- Измерьте размеры спичечного коробка с точностью до 1мм и определите его объем. Ответ запишите в $см^3$.
- Мальчик прошел от дома по направлению на восток 120 м. Затем повернул на север и прошел 50 м. На каком расстоянии (в метрах) от дома оказался мальчик?



- Вырази в квадратных дециметрах: 18 $м^2$ 70 $дм^2$
- Длина нашего класса 8м, ширина 6 м. Чему равна площадь нашего класса?
- Реши задачи, сравни их условия, вопросы и решения:

а) Длина зала 15 м, ширина 9 м. Вычисли площадь зала.

б) Площадь зала 135 $м^2$, длина зала 15 м. Чему равна ширина зала?

в) Площадь зала 135 $м^2$, ширина 9 м. Чему равна длина зала?

3. Составьте кластер по понятийным терминам.

4. Вывод.

Итак - цель полезного использования нашего кейса: изучены теоретические и практические аспекты темы «Понятие величины и её измерения» и составлен кластер в помощь для подготовки к промежуточной аттестации.

Список рекомендуемой литературы

1. Гузеев В.В. Образовательная технология: от приема до философии / М.: Сентябрь, 1996.
2. Давиденко В. Чем "кейс" отличается от чемоданчика? // Обучение за рубежом. №7. 2000.
3. Маргвелашвили Е. О месте "кейса" в российской бизнес-школе // Обучение за рубежом. № 10. 2000
4. Селевко Г.К. Современные образовательные технологии: Учебное пособие. М., 1998.
5. Смолянинова О.Г. Дидактические возможности метода case-study в обучении студентов: Сб. "Инновации в российском образовании". М., 2000.